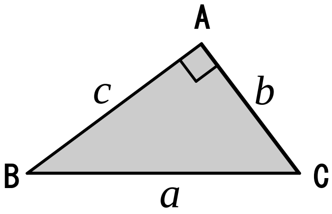
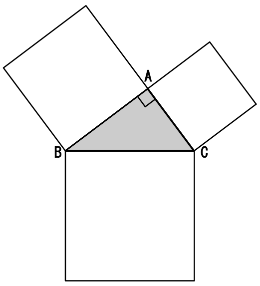
1　今日の数学研究会は「三平方の定理から余弦定理への拡張」だよ。宮崎さん，小林さん，今日も楽しく数学しよう。

(1)　さて，中学校で学習した三平方の定理はどんなものだったかな。宮崎さん，どうだい，次の三角形の辺の長さa,b,cを利用して答えてみてよ。



宮崎「はい，先生（　（ア）　）です」
先生「そうだね。正解！」
先生「では，三平方の定理を下の図を使って証明してみよう」

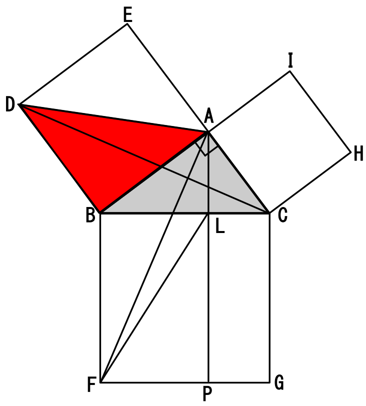


小林「思い出すわ。中学のとき，やったやった」
先生「小林さん，証明の手順を考えて答えてね。」
先生「まず，上の図を利用すると証明できるのだけれど，何をしようとしているのか。説明してごらん。」
小林「はい，先生（　(ｲ)　）だと思います」

((ｲ)の概要を記述して説明) ＢＣを１辺とした正方形の面積が，（　(ｲ)　）

(2)　三平方の定理の証明を，次の会話の流れを考えて，適当なものを選択肢から選びなさい。

先生「それでは，宮崎さん，小林さんが言ったことを踏まえて先生が図に補助線を入れました。次の図を見てね。」



先生「宮崎さん。証明の道筋を予想しながら答えてね。それでは，△ＡＢＤと同じ面積の三角形は何かな」
宮崎「はい。（　(ｳ)　）です。」

(ｳ)の選択肢 ①　△ＡＤＥ　②　△ＡＣＤ　③　△ＣＤＢ ④　△ＡＢＦ　⑤　△ＢＬＦ　⑥　△ＬＦＰ

先生「いいぞ。じゃあ(ｳ)の三角形と同じ面積の三角形は何かな」
宮崎「はい。（　(ｴ)　）です。」

(ｴ)の選択肢 ①　△ＡＤＥ　②　△ＡＣＤ　③　△ＣＤＢ ④　△ＡＢＦ　⑤　△ＢＬＦ　⑥　△ＬＦＰ

先生「正解だ。じゃあ小林さん③と④は確かに同じ面積なのだけど(ｳ)と(ｴ)の三角形は他の関係でいうと何というのかな。」
小林「（　(ｵ)　）です」

(ｵ)の選択肢 ①　相似　②　合同　③　中点連結定理 ④　面積一致

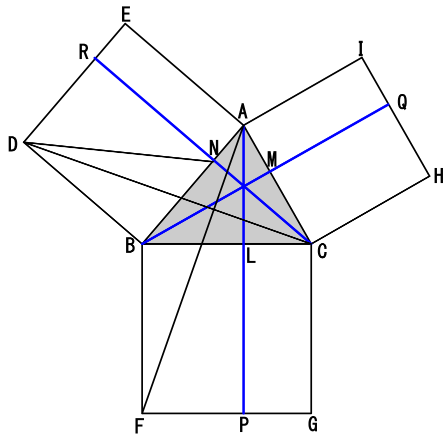
先生「続けて小林さん。(ｵ)と同じ面積の三角形は何だい」
小林「はい。（　(ｶ)　）です。」

(ｶ)の選択肢 ①　△ＡＤＥ　②　△ＡＣＤ　③　△ＣＤＢ ④　△ＡＢＦ　⑤　△ＢＬＦ　⑥　△ＬＦＰ

先生「よくできた。つまり△ＡＢＤ＝(ｶ)となるわけです。」
先生「同様に他の三角形にも，この方法を利用すると，三平方の定理が証明できるのでしたね。どうだい。思い出したかい。」
宮崎・小林「思い出しました。」
小林「これ，等積変形っていうんですよね。」
先生「よく知ってますね。そうだよ。」

(3)　余弦定理の証明を，次の会話の流れを考えて，（　）に当てはまる三角形，四角形，式を書きなさい。

先生「それでは，この三平方の定理の証明法，等積変形を利用して，余弦定理を導いてみよう。余弦定理は直角三角形でない三角形でも成り立つ公式だよね。私の方で，先ほど同様補助線を入れてみたので考えてみよう。」



宮崎「先生，僕たちがやってみます。前の方法を真似するんだから，最初に考える同じ面積の三角形は（　(ｷ)＝(ｸ)　）です。」
小林「次は，(ｴ)の関係の三角形を選ぶから（　(ｸ)＝(ｹ)　）」
宮崎「次は，同じ面積を選ぶから（　(ｹ)＝(ｺ)　）」
小林「あれ，この部分が等積変形できずに残ってしまうよ。」
宮崎「そうだね。四角形（　(ｻ)と(ｼ)　）が残ってしまうよね。どうしよう。」
小林「待ってよ。余弦定理って，この残った部分を引けばいいんじゃないの。」

先生「よく気付いた小林さん。その通りだ。それでは，宮崎君。ＡＮの長さはどう表されるかな」

宮崎「（　(ｽ)　）です」

先生「小林さん。ＡＭの長さはどう表されるかな。」

小林「（　(ｾ)　）です」

先生「それでは，結局取り除く２つの図形の面積はそれぞれどうなるの。」

宮崎「はい，先生（　(ｿ)　）と（　(ﾀ)　）です」

先生「よくできた。それでは，今回導いた余弦定理を２人そろって言ってごらん。」

宮崎・小林「（　(ﾁ)　）です。」

先生「大変よろしい2人とも。どうだい，知っている知識を使って，知識を拡張していくのは面白いだろう。今後もこのような考え方を忘れずに。今日の数学研究会は終了です。」

（答）

(1)　(ｱ)　$a^2 = b^2 + c^2$

　　(ｲ)　ＡＣとＡＢを１辺とした2つの正方形の面積の和になること

(2)　(ｳ)　③

　　(ｴ)　④

　　(ｵ)　②

　　(ｶ)　⑤

(3)　(ｷ)　△ＮＤＢ

　　(ｸ)　△ＣＢＤ

　　(ｹ)　△ＡＢＦ

　　(ｺ)　△ＬＢＦ

　　(ｻ)　□ＡＥＲＮ

　　(ｼ)　□ＡＭＱＩ

　　(ｽ)　bcosA

　　(ｾ)　ccosA

　　(ｿ)　cbcosA

　　(ﾀ)　bccosA

　　(ﾁ)　$a^2 = b^2 + c^2 - 2bccosA$