

① 太郎さんと花子さんは授業後に次のように話をしている。

太郎：「今日の授業で扱った問題、理解できなかつたんだ。教えてくれないかな？」

花子：「いいよ。難しいよね、あの問題。」

問題 常に $x^2 - 2ax - 2a + 3 > 0$ が成り立つように、定数 a の値の範囲を求めよ。

花子：「この問題、不等式の左辺を $f(x) = x^2 - 2ax - 2a + 3$ とおいて、 $y = f(x)$ のグラフを利用して考えることがポイントだつて先生が言つてたよね。」

太郎：「うん、言つてた。それはちゃんとノートに書いてるよ。」

花子：「常に $x^2 - 2ax - 2a + 3 > 0$ が成り立つということは、言い換えると、すべての実数 x について、 $y > 0$ となればよいかから、 $y = f(x)$ のグラフと x 軸との位置関係は **ア** のようになるね。」

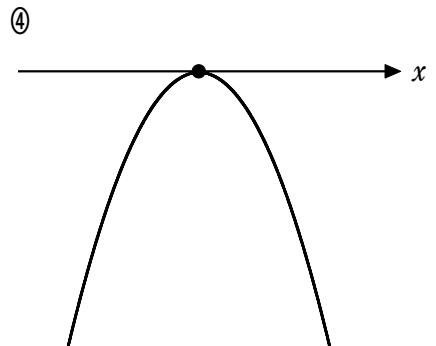
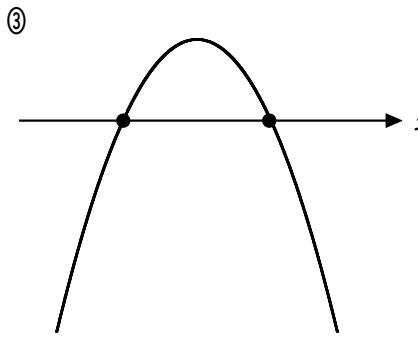
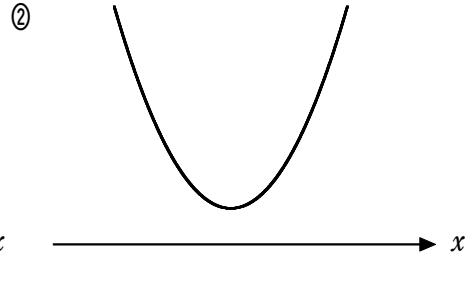
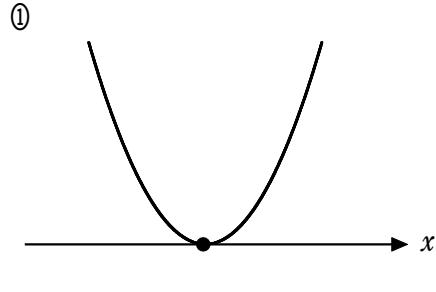
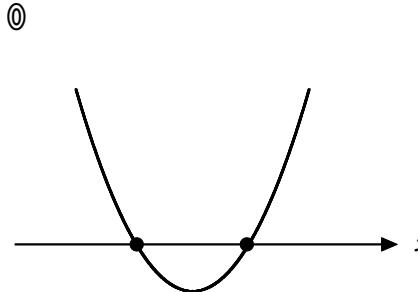
太郎：「でも、 $f(x) = x^2 - 2ax - 2a + 3$ のグラフの軸と頂点を求めるとき、軸は $x = \boxed{\text{イ}}$ 、頂点は ($\boxed{\text{イ}}$, $\boxed{\text{ウ}}$) で、定数 a が入つてると、 a の値によってグラフは色々と変わり、グラフは1つに定まらないのでは？」

花子：「確かに a の値が色々な値をとると、 $y = f(x)$ のグラフは1つに定まらないね。ただ、ここでは、1つの定まったグラフを描くのではなく、グラフが **ア** となるような a の値の範囲を求めるんだよ。」

太郎：「なるほど！じゃあ、 $y = f(x)$ のグラフが **ア** となる条件は、**エ** であるから、求める a の値の範囲は、**オカ** $< a < \boxed{\text{キ}}$ だね。」

花子：「その通り！」

(1) **ア** に当てはまるものを、次の①～⑤のうちから一つ選べ。



(2) **イ**, **オカ**, **キ** に当てはまる数または文字を答えよ。

(3) **ウ** に当てはまるものを、次の①～⑤のうちから一つ選べ。

- ① $3a^2 - 2a + 3$ ② $-a^2 - 2a + 3$ ③ $a^2 - 2a + 3$
④ $8a^2 - 2a + 3$ ⑤ $-2a + 3$ ⑥ $a^2 + 2a - 3$

(4) **エ** に当てはまるものを、次の①～⑨のうちからすべて選べ。

- ① ($f(x) = 0$ の判別式) > 0 ② ($f(x) = 0$ の判別式) $= 0$
③ ($f(x) = 0$ の判別式) < 0 ④ ($f(x) = 0$ の判別式) ≤ 0
⑤ ($y = f(x)$ のグラフの頂点の y 座標) > 0 ⑥ ($y = f(x)$ のグラフの頂点の y 座標) $= 0$
⑦ ($y = f(x)$ のグラフの頂点の y 座標) < 0 ⑧ ($y = f(x)$ のグラフの頂点の y 座標) ≥ 0
⑨ ($y = f(x)$ のグラフの頂点の y 座標) ≤ 0

太郎さんは花子さんに教えてもらった後、共に宿題に取り組んだ。

宿題 $0 \leq x \leq 2$ の範囲において、常に $x^2 - 2ax - 2a + 3 > 0$ が成り立つように、定数 a の値の範囲を求めよ。

太郎：「あれ？これ授業でやった問題と同じじゃない？先生、間違えたかな？」

花子：「よく見て！ x に範囲があるよ。」

太郎：「おっと、見逃すところだった。この x の範囲が要注意だね。まずは、さっき教えてもらった問題と同じように、不等式の左辺を $f(x) = x^2 - 2ax - 2a + 3$ とおいて $y = f(x)$ のグラフを考えればいいね。」

花子：「そうだね。」

太郎：「すると、グラフと x 軸との位置関係は、**ア** のようになり、 a の値の範囲も同じになるね。」

花子：「ちょっと待って、 x の範囲を忘れているよ。授業で扱った問題は、 x の範囲はすべての実数だったから、すべての実数において $y > 0$ となるようにグラフを考えたけど、今度は、 $0 \leq x \leq 2$ の範囲だけで考えるから、 $0 \leq x \leq 2$ の範囲で $y > 0$ となるようにグラフを考えないといけないんじゃないかな？」

太郎：「じゃあ、グラフが $0 \leq x \leq 2$ の範囲で $y > 0$ となるような条件は何かなあ？」

しばらく考えた後

花子：「うーん、 $0 \leq x \leq 2$ の範囲において、『**ク** **ケ** 0』と考えたらどうだろう。」

太郎：「なるほど！」

(5) **ク** に当てはまるものを次の①, ②のうちから一つ選べ。

- ① $f(x)$ の最大値 ② $f(x)$ の最小値

(6) **ケ** に当てはまるものを次の①～④のうちから一つ選べ。

- ① $>$ ② $<$ ③ \geq ④ \leq ⑤ $=$

2人は以下のように解答を作成した。

(i) $a < 0$ のとき

ク は, コ

だから, a の範囲を求めるとき,

(あ)

(ii) $0 \leq a \leq 2$ のとき

ク は, サ

だから, a の範囲を求めるとき,

(い)

(iii) $2 < a$ のとき

ク は, シ

だから, a の範囲を求めるとき,

(う)

よって, (i) ~ (iii) より, 定数 a の値の範囲は

(え)

(7) コ ~ シ に当てはまるものを次の①~③のうちから一つずつ選べ。

① $f(0)$ ② $f(2)$ ③ $f(a)$

(8) (あ) ~ (え) に定数 a の値の範囲を記述せよ。ただし, ない場合は, なしと記述せよ。